

2018-2019学年第2学期

课号: (2018-2019-2)-0803104026-2 课程名称: 流体力学

开课学院: 机械工程学院

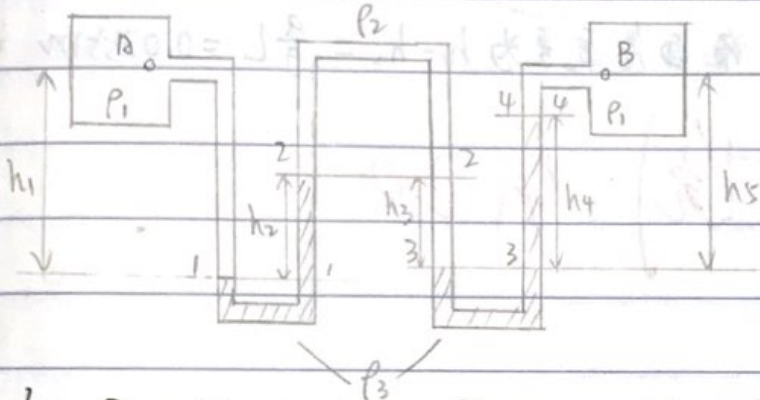
学分: 2.0

任课教师: 张泽

序号	姓名	班级	第六周周五	姓名	班级	第六周周五
1	王辰	机自173	84	杨冲	机自174	83
2	王洪帅	机自173	83	陆富	机自174	91
3	王庆涵	机自173	85	武钢	机自174	85
4	印恩朋	机自173	82	季云锋	机自174	82
5	兰翔	机自173	82	毕然	机自174	84
6	蒲泽坤	机自173	78	王亮	机自174	77
7	樊春洋	机自173	86	韩晓缠	机自174	83
8	方天翔	机自173	85	姚逸枫	机自174	85
9	刘浩	机自173	84	唐春林	机自174	82
10	张松松	机自173	83	王成勇	机自174	84
11	翟要勇	机自173	85	钟承俊	机自174	85
12	张景瑞	机自173	82	黎上贤	机自174	82
13	李伟	机自173	82	李鑫	机自174	91
14	张映博	机自173	86	陈志威	机自174	86
15	林敏鑫	机自173	85	刘子豪	机自174	83
16	韦晓虎	机自173	77	王佳元	机自174	90
17	陈美胜	机自173	84	陈清泉	机自174	85
18	刘万英	机自173	78	谭廷瑞	机自174	82
19	杨焕凯	机自173	85	陈羽	机自174	84
20	赵希	机自173	76	周科林	机自174	85
21	游名记	机自173	86	高昂	机自174	82
22	王芳灿	机自173	错交	谭坤	机自174	86
23	罗方林	机自173	84	王子翱	机自174	90
24	周鸿	机自173	83	李庆浪	机自174	95
25	周文军	机自173	85	朱法焕	机自174	86
26	吕勇波	机自173	82	张潇	机自174	83
27	吕围军	机自173	82	谢笋	机自174	90
28	洪盛峰	机自173	91	孙超	机自174	84
29	綦世玉	机自173	84	童国顺	机自174	85
30	杨秀雷	机自173	84	杨印	机自174	82
31	张颂	机自173	83	李开心	机自174	86
32	朱樟鹏	机自173	77	周孝	机自174	83
33	余美	机自173	90	朱亚伦	机自174	85
34	秦大梅	机自173	85	章涛	机自174	82
35	贾淼	机自173	92	张乐	机自174	82
36	张记杨	机自173	85	李汶烜	机自174	91
37				王念念	机自174	86
38				皮娜	机自174	83
39				凌菲	机自174	90

第3次作业 (第六周 周五)

1. 已知 $h_1 = 600 \text{ mm}$, $h_2 = 250 \text{ mm}$, $h_3 = 200 \text{ mm}$, $h_4 = 300 \text{ mm}$, $h_5 = 500 \text{ mm}$, $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\rho_2 = 800 \text{ kg/m}^3$, $\rho_3 = 13598 \text{ kg/m}^3$, 求 A、B 两点的压强差。



$$\text{解: } P_1 = P_A + \rho_1 g h_1 = P_A + 1000 \times 9.8 \times 0.6 = P_A + 5880$$

$$P_2 = P_1 - \rho_3 g h_2 = P_A + 5880 - 13598 \times 9.8 \times 0.25 = P_A - 27435.1$$

$$P_3 = P_2 + \rho_2 g h_3 = P_A - 27435.1 + 800 \times 9.8 \times 0.2 = P_A - 25867.1$$

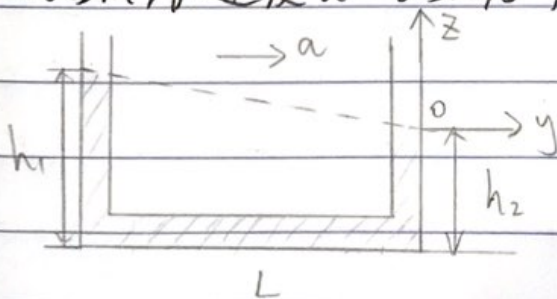
$$P_4 = P_3 - \rho_3 g h_4 = P_A - 25867.1 - 13598 \times 9.8 \times 0.3 = P_A - 65845.22$$

$$\text{且 } P_4 = P_B + \rho_1 g (h_5 - h_4) = P_B + 1000 \times 9.8 \times (0.5 - 0.3) = 1960$$

$$\therefore \text{令 } P_A - 65845.22 = P_B + 1960$$

$$\text{则 A、B 两点压强差 } P_A - P_B = 67805.22 \text{ Pa}$$

2. 汽车上有一与水平运动方向平行放置的内充液体的 U 形管, 已知 $L = 0.5 \text{ m}$, 加速度 $a = 0.5 \text{ m/s}^2$, 试求 U 形管外侧的液面高度差。



$$\text{解: } f_x = -a, f_y = 0, f_z = -g$$

$$dp = \rho(-a dx - g dz)$$

$$p = -\rho(ax + gz) + C$$

$$\text{当 } x=0, z=0 \text{ 时, } p=p_0$$

$$\lambda C = P_0$$

$$\lambda P = P_0 - \rho(ax + gz)$$

$$\text{当 } x = -L, z = (h_1 - h_2) \text{ 时, } P = P_0$$

$$\lambda - aL + g(h_1 - h_2) = 0$$

$$\lambda \text{ U形管外侧的液面高度差为 } h_1 - h_2 = \frac{a}{g}L = 0.025m$$

图 4.20

1. 已知 $h_1 = 600 \text{ mm}$, $h_2 = 250 \text{ mm}$, $h_3 = 200 \text{ mm}$, $h_4 = 300 \text{ mm}$, $h_5 = 500 \text{ mm}$.

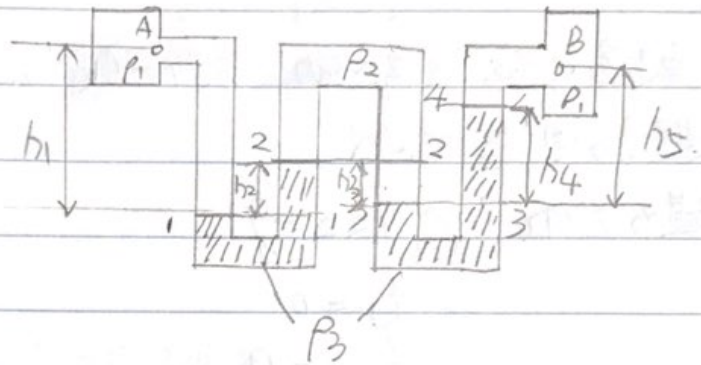
$\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\rho_2 = 800 \text{ kg/m}^3$, $\rho_3 = 1359.8 \text{ kg/m}^3$, 求 A、B 两点的压强差。

解: 由题意可知

$$h_1 = 0.6 \text{ m}, h_2 = 0.25 \text{ m}$$

$$h_3 = 0.2 \text{ m}, h_4 = 0.3 \text{ m}$$

$$h_5 = 0.5 \text{ m}$$



左1面的压强 $P_{左1}$:

$$P_{左1} = P_A + \rho_1 g h_1 \quad (1)$$

左2面的压强 $P_{左2}$: $P_{左2} = P_{左1} - \rho_2 g h_2 \quad (2)$

左3面的压强 $P_{左3}$: $P_{左3} = P_{左2} + \rho_2 g h_3 \quad (3)$

左4面的压强 $P_{左4}$: $P_{左4} = P_{左3} - \rho_3 g h_4 \quad (4)$

$$P_B = P_{左4} - \rho_3 g (h_5 - h_4) \quad (5)$$

联立 (1) (2) (3) (4) (5)

$$\therefore P_A - P_B = \rho_3 g h_2 + \rho_3 g h_4 + \rho_3 g (h_5 - h_4) - \rho_1 g h_1 - \rho_2 g h_3$$

$$= 1359.8 \text{ kg/m}^3 \times 9.8 \text{ m/s}^2 \times 0.25 \text{ m} + 1359.8 \text{ kg/m}^3 \times 9.8 \text{ m/s}^2 \times 0.3 \text{ m}$$

$$+ 1000 \text{ kg/m}^3 \times 9.8 \text{ m/s}^2 \times (0.5 \text{ m} - 0.3 \text{ m}) - 1000 \text{ kg/m}^3 \times 9.8 \text{ m/s}^2 \times 0.6 \text{ m}$$

$$- 800 \text{ kg/m}^3 \times 9.8 \text{ m/s}^2 \times 0.2 \text{ m}$$

$$= 67805.72 \text{ Pa}$$

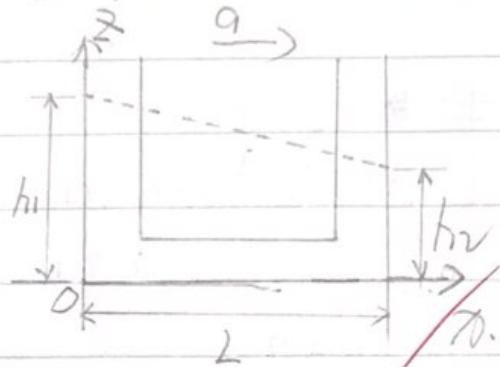
2. 汽车上有一与水平运动方向平行放置的内无液体的U形管, 已知 $L=0.5\text{m}$, 加速度 $a=0.5\text{m/s}^2$, 试求U形管外侧的液面高度差。

解: 由题意可知, 液体运动应该为 $-a$ 。

题如图作标示。

质量力分布:

$$\begin{cases} f_z = -g \\ f_y = 0 \\ f_x = -a \end{cases}$$



压强差公式: $p = -\rho(ax + gz) + C$ ①

当 $x=0$, $z=h_1$ 时, $p=p_{\text{空气}}$, 代入①式得 $C = p_{\text{空气}} + \rho gh_1$

$\therefore p = -\rho(ax + gz) + p_{\text{空气}} + \rho gh_1$

当 $x=L$, $z=h_2$ 时, $p=p_{\text{空气}}$, 代入①式

得 $\rho aL + \rho gh_2 = \rho gh_1$

$\therefore h_1 - h_2 = \frac{a}{g} L = \frac{0.5}{9.8} \times 0.5 = 0.025\text{m}$

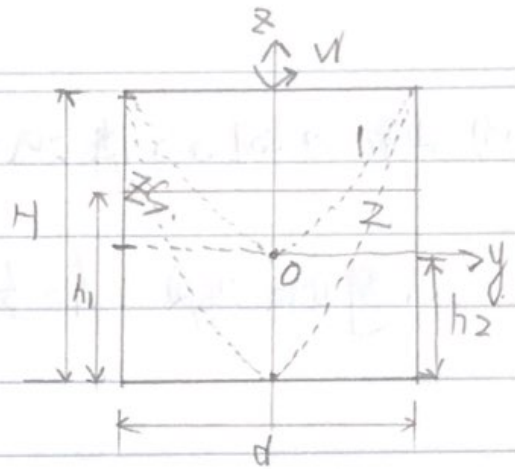
3. 圆筒形容器的直径 $d=300\text{mm}$, 高 $H=500\text{mm}$, 容器内水深 $h_1=300\text{mm}$. 容器绕中心轴等角旋转, 试确定 (1) 水正好不溢出时转速 n_1 , (2) 旋转抛物面的顶点恰如触及底部时的转速 n_2 , (3) 容器停止旋转后静水的深度。

在自由液面

解：由题意可知，建立如图坐标系、

(1). 水正好不溢出，如等压面1所示。

分析：不管液体如何转动，圆筒形容器的空气部分的体积都等于静止时空气部分的体积。



$$V_{\text{空气}} = \frac{\pi d^2}{4} (H - h_1)$$

设轴坐标为 z_s ，根据 $V_{\text{空气}}$ 不变，则：

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\pi d^2}{4} z_s = \frac{\pi d^2}{4} (H - h_1)$$

$$\text{即： } z_s = \frac{w_1^2 r^2}{2g} = \frac{w_1^2 d^2}{8g} \therefore w_1 = \sqrt{\frac{16g(H - h_1)}{d^2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{16 \times 9.8 (0.5 - 0.3)}{0.3^2}} \approx 18.6 \text{ rad/s}$$

$$\therefore n_1 = \frac{w_1}{2\pi} = 178.4 \text{ r/min}$$

(2) 当自由液面位于容器最底部时 $z_s = H$

$$\therefore z_s = H = \frac{d^2 w_2^2}{8g}$$

$$\therefore w_2 = \sqrt{\frac{8gH}{d^2}} \approx 20.88 \text{ rad/s}$$

$$n_2 = \frac{w_2}{2\pi} \approx 199.5 \text{ r/min}$$

B) 由第(2)问的情况可知, $V_{\text{水}} = V_{\text{水}} = \frac{1}{2} V_{\text{容器}}$

$\therefore$ 静止水深: $h = \frac{1}{2} H = 0.75 \text{ m}$ ✓

1光 4.20

1. 已知 $h_1 = 600 \text{ mm}$, $h_2 = 250 \text{ mm}$, $h_3 = 200 \text{ mm}$, $h_4 = 300 \text{ mm}$, $h_5 = 500 \text{ mm}$

$\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\rho_2 = 800 \text{ kg/m}^3$, $\rho_3 = 13598 \text{ kg/m}^3$ 求 A、B 两点的压强差

解: $g = 9.807 \text{ m/s}^2$.

设 A 点的压强为 P_0

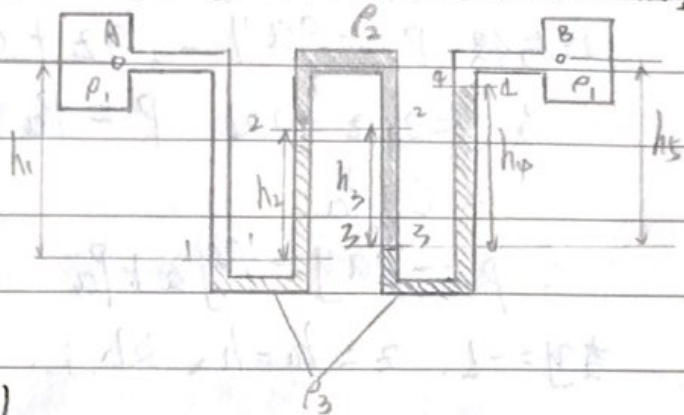
$$P_{1e} = P_0 + \rho_1 g h_1$$

$$P_{2e} = P_0 + \rho_1 g h_1 - \rho_3 g h_2$$

$$P_{3e} = P_0 + \rho_1 g h_1 - \rho_3 g h_2 + \rho_2 g h_3$$

$$P_{4e} = P_0 + \rho_1 g h_1 - \rho_3 g h_2 + \rho_2 g h_3 - \rho_3 g h_4$$

$$P_{Be} = P_0 + \rho_1 g h_1 - \rho_3 g h_2 + \rho_2 g h_3 - \rho_3 g h_4 - \rho_1 g (h_5 - h_4)$$



代入数据得

$$P_{Be} = P_0 + 1000 \times 9.807 \times 0.6 - 13598 \times 9.807 \times 0.25 + 800 \times 9.807 \times 0.2 - 13598 \times 9.807 \times 0.3 - 1000 \times 9.807 \times (0.5 - 0.3)$$

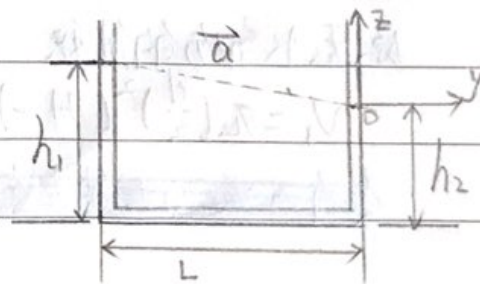
$$= P_0 - 67854$$

$$\therefore P_{Ae} - P_{Be} = P_0 - (P_0 - 67854) = 67854 \text{ Pa}$$

2. 汽车上有一与水平运动方向平行放置的内充液体的 U 形管, 已知 $L = 0.5 \text{ m}$ 加速度 $a = 0.5 \text{ m/s}^2$, 试求 U 形管外侧液面高度差。

解: 由质量力在坐标轴上的分量

$$\text{为: } f_x = 0, \quad f_y = -a, \quad f_z = -g$$



$$dp = \rho(f_x dx + f_y dy + f_z dz)$$

$$= \rho(-\alpha dy - g dz)$$

$$\text{积分得 } p = -\rho \alpha y - \rho g z + C$$

$$\text{在 } y=0, z=0 \text{ 处, } p = p_a$$

$$\therefore C = p_a$$

$$\therefore p = -\rho \alpha y - \rho g z + p_a$$

$$\text{当 } y = -L, z = h_1 - h_2 \text{ 处; } p = p_a$$

$$\text{则 } \rho \alpha L - \rho g (h_1 - h_2) = 0$$

$$\therefore h_1 - h_2 = + \frac{\alpha}{g} L = \frac{\alpha}{g} L = \frac{0.5 \times 0.5}{9.807} = 0.02549 \text{ m.}$$

3. 圆筒形容器的直径 $d = 300 \text{ mm}$, 高 $H = 500 \text{ mm}$, 容器内水深 $h_1 = 300 \text{ mm}$. 容器绕中心轴等角速旋转, 试确定 (1) 水刚好不溢出时的转速 n_1 , (2) 旋转时抛物面的顶点恰好触及底部时的转速 n_2 , (3) 容器停止旋转后静水的深度。

解: 设坐标原点位于凹液面的最低点

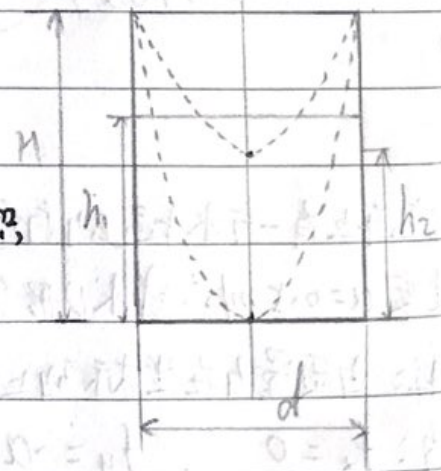
(1) 当水恰好触及容器口 (正好不溢出) 时,

自由液面所包容的体积等于无水部分的体积,

原无水部分的体积

$$V_1 = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot (H - h_1) = \frac{\pi}{4} d^2 (H - h_1)$$

~~令自由液面上某点的铅垂坐标为~~



设抛物面顶点到容器边缘的铅直高度为 h

$$V_2 = \frac{1}{2} \cdot \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 h = \frac{1}{8} \pi d^2 h$$

$$V_1 = V_2$$

$$\therefore \frac{1}{4} \pi d^2 (H - h_1) = \frac{1}{8} \pi d^2 h$$

$$\therefore h = 2(H - h_1)$$

$$\text{由 } h = \frac{\omega_1^2 r^2}{2g} = \frac{\omega_1^2}{2g} \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{\omega_1^2 d^2}{8g}$$

$$\therefore \omega_1 = \frac{\sqrt{16(H - h_1)g}}{d} = \frac{\sqrt{16(0.5 - 0.3) \times 9.807}}{0.3}$$

$$= 18.673 \text{ (rad/s)}$$

$$\text{由 } \omega = 2\pi n_1$$

$$n_1 = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\omega_1 \cdot 60}{2\pi} = \frac{30\omega_1}{\pi} = 178.314 \text{ (r/min)}$$

(2) 旋转抛物面的顶点恰好触及底部时

$$h = H = \frac{\omega_2^2 d^2}{8g}$$

$$\omega_2 = \frac{\sqrt{8gH}}{d} = \frac{\sqrt{8 \times 9.807 \times 0.5}}{0.3} = 20.877 \text{ (rad/s)}$$

$$n_2 = \frac{30\omega_2}{\pi} = 199.361 \text{ (r/min)}$$

(3) 容器停止旋转后，

静水的深度为 h_2

在旋转时，旋转抛物面所包容的体积为 V_3

$$V_3 = \frac{1}{2} \cdot \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 H = \frac{1}{8} \pi d^2 H$$

停止后, 无水部分的体积为 V_4

$$V_4 = \frac{1}{4}\pi d^2(H-h_2)$$

$$V_3 = V_4$$

$$\text{即 } \frac{1}{8}\pi d^2 H = \frac{1}{4}\pi d^2(H-h_2)$$

$$\therefore h_2 = \frac{H}{2} = \frac{0.5}{2} = 0.25(\text{m}) = 250(\text{mm})$$

1分 4.20