2018-2019学年第2学期

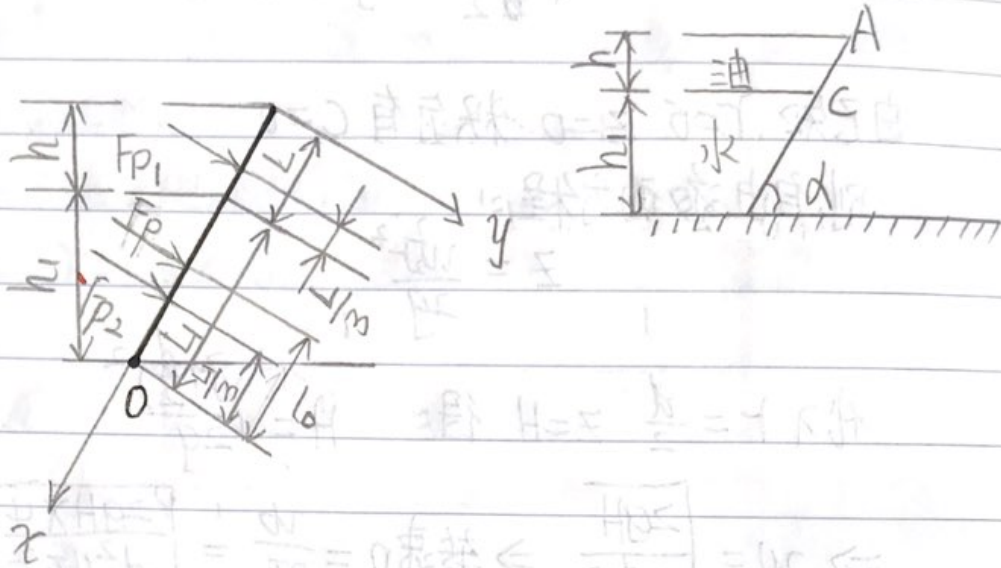
课号：(2018-2019-2)-0803104026-2课程名称：流体力学

开课学院：机械工程学院 学分：2.0 任课教师：张泽

序号	姓名	班级	第七周周五	姓名	班级	第七周周五
1	王辰	机自173	94	杨冲	机自174	86
2	王洪帅	机自173	83	陆富	机自174	95
3	王庆涵	机自173	85	武钢	机自174	84
4	印恩朋	机自173	83	季云锋	机自174	84
5	兰翔	机自173	86	毕然	机自174	85
6	蒲泽坤	机自173	85	王亮	机自174	86
7	樊春洋	机自173	83	韩晓缠	机自174	83
8	方天翔	机自173	85	姚逸枫	机自174	83
9	刘浩	机自173	86	唐春林	机自174	81
10	张松松	机自173	82	王成勇	机自174	93
11	翟要勇	机自173	85	钟承俊	机自174	85
12	张景瑞	机自173	85	黎上贤	机自174	86
13	李伟	机自173	抄袭	李鑫	机自174	83
14	张映博	机自173	83	陈志威	机自174	83
15	林敏鑫	机自173	抄袭	刘子豪	机自174	84
16	韦晓虎	机自173	84	王佳元	机自174	92
17	陈美胜	机自173	86	陈清泉	机自174	84
18	刘万英	机自173	84	谭廷瑞	机自174	84
19	杨焕凯	机自173	85	陈羽	机自174	85
20	赵希	机自173	84	周科林	机自174	86
21	游名记	机自173	84	高昂	机自174	83
22	王芳灿	机自173	85	谭坤	机自174	83
23	罗方林	机自173	83	王子翱	机自174	81
24	周鸿	机自173	84	李庆浪	机自174	93
25	周文军	机自173	85	朱法焕	机自174	85
26	吕勇波	机自173	86	张潇	机自174	86
27	吕围军	机自173	抄袭	谢笋	机自174	83
28	洪盛峰	机自173	85	孙超	机自174	83
29	綦世玉	机自173	抄袭	童国顺	机自174	83
30	杨秀雷	机自173	81	杨印	机自174	83
31	张颂	机自173	84	李开心	机自174	81
32	朱樟鹏	机自173	76	周孝	机自174	82
33	余美	机自173	93	朱亚伦	机自174	84
34	秦大梅	机自173	94	章涛	机自174	76
35	贾淼	机自173	92	张乐	机自174	81
36	张记杨	机自173		李汶烜	机自174	82
37				王念念	机自174	84
38				皮娜	机自174	92
39				凌菲	机自174	95

1. 如右图所示，一倾斜放置矩形闸门AB，左侧油深h=1.0m，油的密度为0.8kg/L，水深$h_1=2.0m$，闸门倾角$\alpha=60°$，求闸门单位宽度所受液体总压力及其作用点。

解：



设闸门宽度为b，建立坐标系如图.

(1) 作用在闸门上的总压力为两液体对其压力之和。

$$F_P=F_{P1}+F_{P2}$$

由：$h_{c1}=\frac{h}{2}$ $A_1=bL=b\frac{h}{\sin\alpha}$

$h_{c2}=\frac{h_1}{2}$ $A_2=bL_1=b\frac{h_1}{\sin\alpha}$

则：$F_P=\rho_油 g h_{c1}A_1+\rho_水 g h_{c2}A_2$

$$=\frac{\rho_油 gh^2 b}{2\sin\alpha}+\frac{\rho_水 gh_1^2 b}{2\sin\alpha}$$

$$=\frac{\rho_油 gh^2 b+\rho_水 gh_1^2 b}{2\sin\alpha}$$

单位宽度所受液体总压力为：

$$F_P'=\frac{F_P}{b}$$

$$=\frac{\rho_油 gh^2+\rho_水 gh_1^2}{2\sin\alpha}$$

代入数据：

$$F_P'=\frac{800\times9.807\times1+1000,}{2\sin60°}$$

$$\approx27177.96N$$

2.27 矩形平面的压力中心的坐标：

$$x_D = x_C + \frac{I_{cy}}{x_C A} = \frac{l}{2} + \frac{bl^3/12}{(\frac{l}{2})bl} = \frac{2}{3}l$$

根据合力矩定理，对通过O点垂直于图面的轴取矩，得

$$F_p l_0 = F_{p2}\frac{L_1}{3} + F_{p1}(L_1 + \frac{l}{3})$$

$$= F_{p2}\frac{h_1}{3\sin\alpha} + F_{p1}(\frac{h_1}{\sin\alpha} + \frac{h}{3\sin\alpha})$$

代入 $F_p = \frac{\rho_{油}h^2gb + \rho_{水}h_1^2gb}{2\sin\alpha}$ $F_{p1} = \frac{\rho_{油}gh^2b}{2\sin\alpha}$ $F_{p2} = \frac{\rho_{水}gh_1^2b}{2\sin\alpha}$

得：$l_0 = \frac{\rho_{水}h_1^3 + \rho_{油}h^2(3h_1+h)}{3\sin\alpha(\rho_{油}h^2 + \rho_{水}h_1^2)}$

$$= \frac{1000\times8 + 800\times7}{3\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times(800+1000\times4)}$$

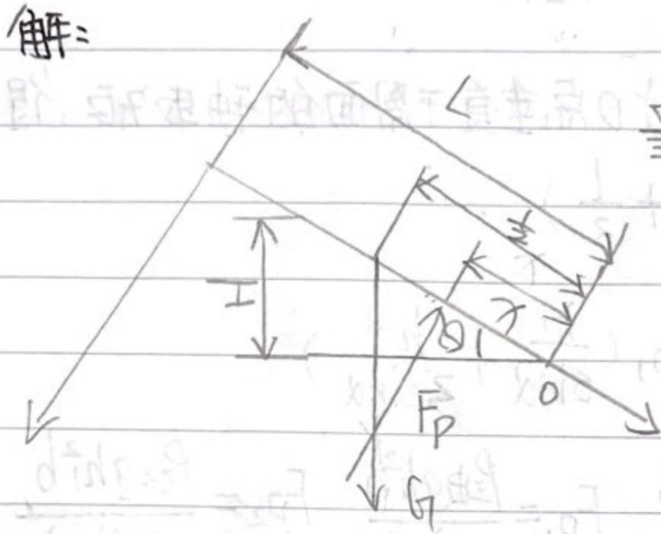
$$= \frac{136}{72\times\sqrt{3}} \approx 1.09\,m \approx 1.1\,m$$

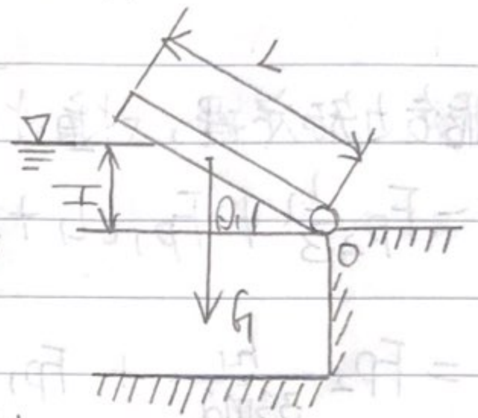
这就是作用在闸门上的总压力的作用点距闸门下端 9.807×4 的距离。

机自173 秦大梅

2、如右图所示，重量为 $G=19600N$ 的挡水闸门，用无摩擦的铰链O连接在岸墩上，闸门宽 $b=8m$，$H=1m$，$\theta=30°$ 为保持闸门平衡，计算闸门的长度L

解：





<1> 水对闸门的总压力：

$$F_P=\rho g h_c A$$

$$h_c=\frac{H}{2} \quad A=\frac{Hb}{\sin\theta}$$

$$F_P=\rho g\cdot\frac{H}{2}\cdot\frac{Hb}{\sin\theta}=\frac{\rho g H^2 b}{2\sin\theta}$$

<2> 矩形平面的压力中心坐标：

$$x_D=x_C+\frac{I_{Cy}}{x_C A}$$

$$=\frac{l}{2}+\frac{bl^3/12}{(l/2)bl}=\frac{2}{3}l$$

因为闸门平衡，故重力和总压力对铰链O取矩为零

$$\frac{GL\cos\theta}{2}=\frac{\rho g H^2 b}{2\sin\theta}\cdot\frac{H}{3\sin\theta}$$

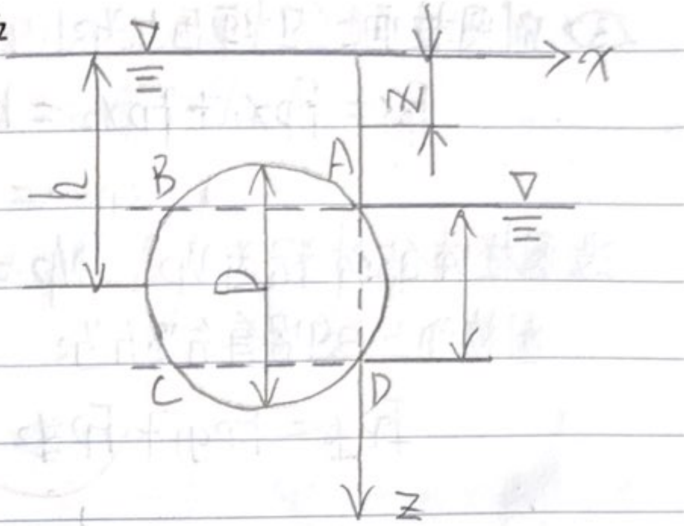
$$GL\cos\theta=\frac{\rho g H^3 b}{3\sin^2\theta}$$

$$L=\frac{\rho g H^3 b}{3GL\cos\theta\sin^2\theta}$$

代入数据得：

$L\approx10.67\ m$

3、如右图所示，为竖直隔板上有一矩形孔口，孔高 $a=1.0m$，孔宽 $b=3.0m$，有一直径 $D=2.0m$ 的圆柱将其堵塞。隔板两侧充水，已知 $h=2.0m$，$z=0.6m$。求作用在圆柱面的静水总压力的大小及方向。



解：作用在圆柱面上的静水总压力为左右两侧静水压力

(1) 左侧：曲面AB上的水平压强相互抵消，则水平压强仅分布于曲面BC

则水平分力：$F_{P x_1} = \rho g h_{c_1} A_{x_1}$

$$h_{c_1} = \frac{1}{2}[(h-\frac{a}{2})+(h+\frac{a}{2})]$$

$$= h$$

$$A_{x_1} = ab$$

$$F_{P_1} = hab\rho g$$

曲面ABCD上的压力体为：

$$V_{P_1} = b A_{ABCDA}$$

竖直分力：$F_{P z_1} = \rho g V_{P_1}$

$$= \rho g b A_{ABCDA}$$

(2) 右侧：

水平分力：

$$F_{P x_2} = \rho g h_{c_2} A_{x_2}$$

$$h_{c_2} = \frac{1}{2}[(h-z-\frac{a}{2})+(h-z+\frac{a}{2})] = h-z$$

$$A_{x_2} = ab$$

$$F_{P x_2} = \rho g(h-z)ab$$

曲面AD上的压力体为：

$$V_{P_2} = b A_{ADA}$$

竖直分力：$F_{P z_2} = \rho g V_{P_2}$

$$= \rho g b A_{ADA}$$

(3) 则圆柱面上的水平压力为：

$$F_{px} = F_{px_1} - F_{px_2} = h\rho gab - (h-z)\rho gab$$
$$= z\rho gab$$

设圆柱体的体积为 V_p $\quad V_p = \frac{\pi D^2}{2} b$

圆柱面上的竖直分压力为：

$$F_{pz} = F_{py_1} + F_{pz_2} = \rho gbA_{ABCDA} + \rho gbA_{ADA}$$
$$= \rho gb(A_{ABCDA} + A_{ADA})$$
$$= \rho gb\frac{\pi D^2 b}{2}$$

(4). 则圆柱面上的总压力为：

$$F_p = \sqrt{F_{px}^2 + F_{pz}^2}$$
$$= \sqrt{(z\rho gab)^2 + \left(\frac{\rho gb\pi D^2 b}{2}\right)^2}$$

代入数据解得： $F = 94.04\text{kN}$

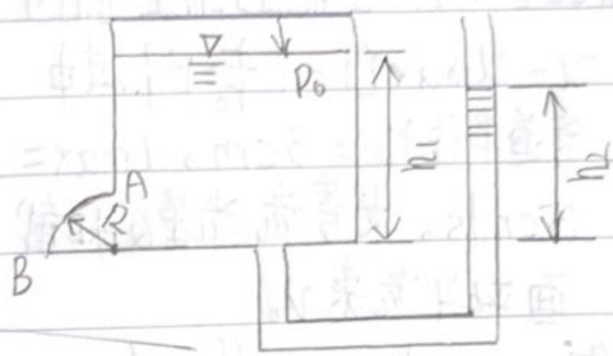
作用线与水平面的夹角 θ：

$$\theta = \arctan\frac{F_{pz}}{F_{px}} = \arctan\frac{z\rho gab}{\frac{\rho gb^2\pi D^2}{2}}$$

代入数据： $\theta \approx 79.18°$

机自173 秦大梅

4. 如图所示一封闭水箱，下端有一个$\frac{1}{4}$圆弧的钢板AB，钢板宽$b=1m$，半径$R=1m$，$h_1=2m$，$h_2=3m$，求AB上静水总压力的水平分力F_{px}和垂直分力F_{pz}



解：(1) 由压强差公式：

$$p_0 = \rho g h_1 + \rho g h_2$$

$P_0 = 9.8kPa$

(2) AB上静水总压力水平分力F_{px}：

$$F_{px} = (\rho g h_c + p_0) A_x$$

$$h_c = \frac{h_1 - R + h_1}{2} = h_1 - \frac{R}{2}$$

$$A_x = Rb$$

$$F_{px} = [\rho g (h_1 - \tfrac{R}{2}) + (\rho g h_1 - \rho g h_2)] \cdot Rb$$

$$= \rho g (h_1 - \tfrac{R}{2} + h_1 - h_2) Rb$$

$$= \rho g (2h_1 - \tfrac{R}{2} - h_2) Rb$$

$$= 1000 \times 9.807 \times (4 - \tfrac{1}{2} - 3) \times 1 \times 1$$

$$\approx 4903.5$$

(3) AB上静水总压力竖直分力

$$F_{pz} = \rho g V_p$$

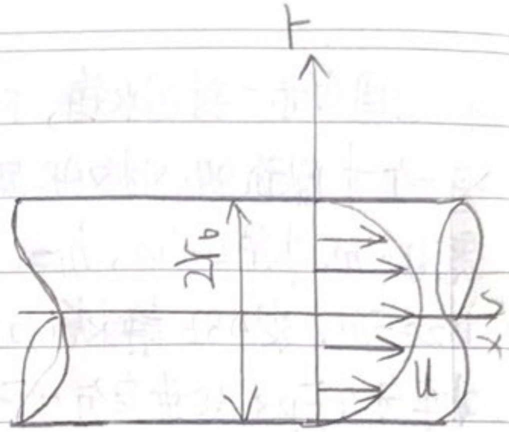
$$V_p = (Rh_1 - \frac{\pi R^2}{4}) \cdot b$$

$$F_{pz} = \rho g (Rh_1 - \frac{\pi R^2}{4}) b$$

$$= 9.807 \times 1000 (2 - \frac{3.14 \times 1}{4})$$

$$= 11915.505N$$

×



5、如图所示，管流的流速分布为 $u=u_{max}[1-(\frac{r}{r_0})^2]$，式中管道半径 $r_0=3cm$，$u_{max}=15cm/s$。求管流流量 Q 和截面平均流速 v。

解：(1) 由 $Q=\iint_A u\,dA$

$$u=u_{max}(1-\frac{r^2}{r_0^2})$$

则：

$$Q=\iint_A u_{max}(1-\frac{r^2}{r_0^2})dA$$

$$=\int_0^{2\pi}[\int_0^{r_0}0.15r\,dr-\int_0^{r_0}0.15\times\frac{r^3}{0.03^2}dr]d\theta$$

$$=0.212\ (L/s)$$

(2) $v=\frac{Q}{A}=\frac{0.212\times10^{-3}}{\pi\times0.03^2}=7.5\ (cm/s)$

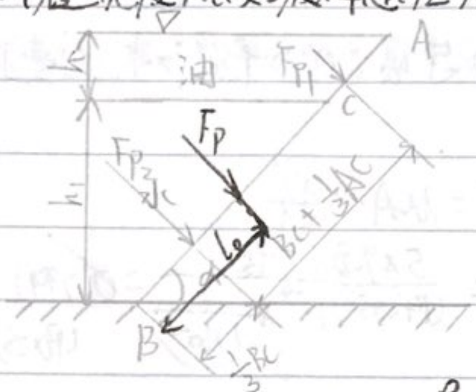
阅

5.9

机自173 王辰

第三次作业

1. 如图所示，一倾斜放置矩形闸门 AB，左侧油深 $h=1.0m$，油的密度为 0.8kg/L，水深 $h_1=2.0m$，闸门倾角 $\alpha=60°$，求闸门单位宽度所受液体总压力及其作用点。



解：作用在闸门上的总压力之和，即

$$F_P = F_{P1} + F_{P2}$$ ✓

其中 $\begin{cases} F_{P1} = \rho_{油} g h A_1 \\ F_{P2} = (\rho_{油} g h + \rho_{水} g h_1) A_2 \end{cases}$

设闸门的宽度为 b，$AB = \frac{h+h_1}{\sin\alpha}$

$$F_P = \frac{\rho_{油} g h^2 b}{\sin\alpha} + (\rho_{油} g h + \rho_{水} g h_1)\frac{b h_1}{\sin\alpha}$$ ✗

其中矩形平面的压力中心的坐标为

$$x_D = x_C + \frac{I_{cy}}{x_C A} = \frac{2}{3}l.$$

设 F_P 的作用点距 B 为 l_0.

$$F_P \cdot l_0 = F_{P1}\cdot(BC+\tfrac{1}{3}AC) + F_{P2}\cdot\tfrac{1}{3}BC$$

$$\Rightarrow l_0 = \frac{F_{P1}(BC+\frac{1}{3}AC) + F_{P2}\cdot\frac{1}{3}BC}{F_P}$$

其中 $BC = \frac{h_1}{\sin\alpha}$，$AC = \frac{h}{\sin\alpha}$.

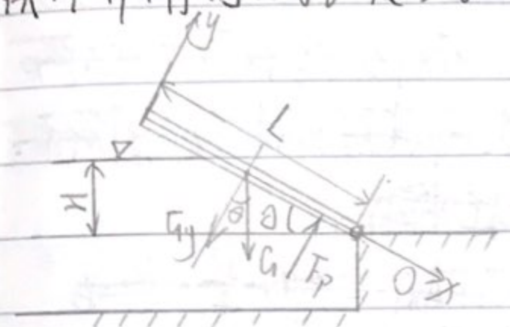
解得

$$l_0 = \frac{\frac{\rho_{油} h^2 h_1}{\sin\alpha} + \frac{\rho_{油} h^3}{3\sin\alpha} + \frac{\rho_{油} h_1^2 h}{3\sin\alpha} + \frac{\rho_{水} h_1^3}{3\sin\alpha}}{\rho_{油} h^2 + \rho_{油} h h_1 + \rho_{水} h_1^2}$$

$$= 1.29m.$$ ✗

机自173 王辰

2. 如右图所示，一重量为 $G=19600N$ 的挡水闸门，用无摩擦的铰链O连接在岸墩上，闸门宽 $b=8m$，$H=1m$，$\theta=30°$，为保持闸门平衡，试计算闸门的长度L。



解：设水对水闸门的总压力为 F_p.

其中 $F_p=\rho g \frac{H}{2} A=\frac{\rho g b H^2}{2\sin\theta}$

其中 $G_y=G\cdot\cos\theta$.

若闸门平衡，则 $F_p=G_y$

且 $G_y\cdot\frac{L}{2}=F_p\cdot\frac{1}{3}\frac{H}{\sin\theta}$

$$\Rightarrow\begin{cases}\frac{\rho g b H^2}{2\sin\alpha}=G\cdot\cos\theta.\\ G\cdot\cos\theta\cdot\frac{L}{2}=\frac{\rho g b H^2}{2\sin\theta}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{H}{\sin\theta}\end{cases}$$

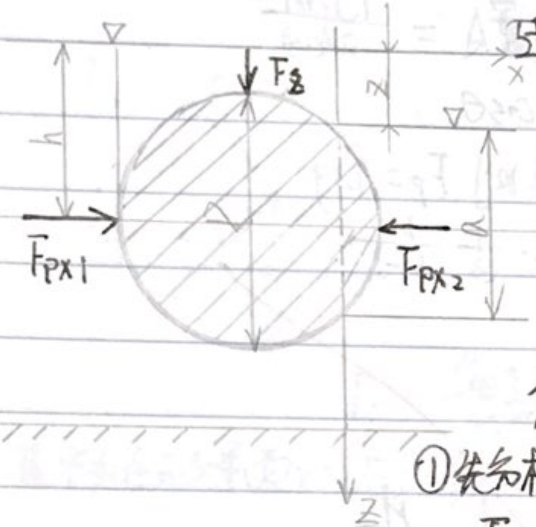
$$\Rightarrow L=\frac{\rho g b H^3}{3\sin^2\theta\cdot G\cos\theta}=6.158m.$$

机自173 王辰

3，如左图所示，为竖直隔板上有一矩形孔口，孔高$a=1.0m$，孔宽$b=3.0m$。有一直径$D=2.0m$的圆柱将其堵塞。隔板两侧充水，已知$h=2.0m$，$z=0.6m$。求作用在圆柱面的静水总压力的大小及方向。

~~解：将左、右两侧分拆分为两个部分进行求解，并绘制其压力体，如图所示。~~

~~先对左侧进行求解，~~



~~$F_{px1}=\rho g h_{c1} A_{x1}=\rho g\cdot\frac{D}{4}\cdot\frac{D}{2}\cdot b=\frac{\rho g b D^2}{8}=14700N$~~

~~$F_{pz1}=\rho g V_{p1}=$~~

解：先对左侧进行求解。

①先分析x方向受力。

$F_{px1}=\rho g h_c A_{x1}=\rho g h_c ab=1000\times9.8\times2\times1\times3=58800N.$

$F_{px2}=\rho g h_c A_{x2}=\rho g(h-z)\cdot ab=1000\times9.8\times(2-0.6)\times1\times3=41160N.$

其中$F_{px}=F_{px1}-F_{px2}=17640N.$

②分析z方向受力，$F_{pz}=\rho g V_p$，其中$V_p=\frac{\pi D^2}{4}b$

$F_{pz}=\rho g\frac{\pi D^2}{4}b=1000\times9.8\times\frac{\pi\times2^2}{4}\times3=92362.82N$

则由①②可知，总压力

$F_p=\sqrt{F_{px}^2+F_{pz}^2}=94032.23N.$

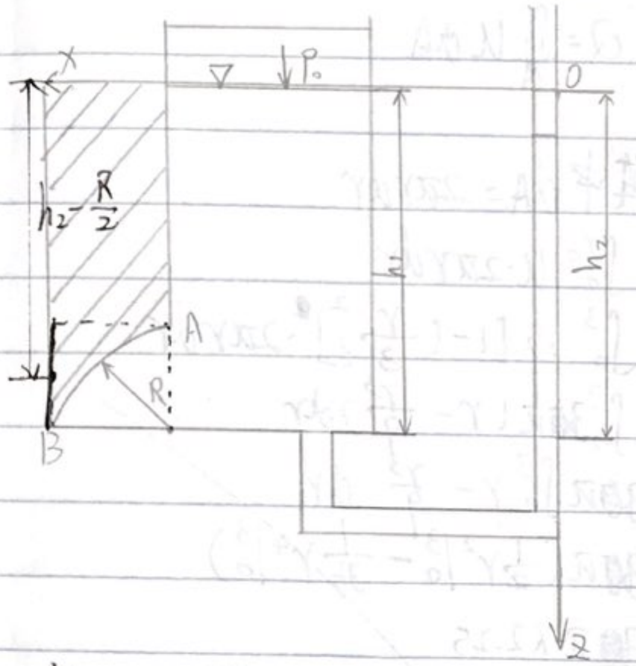
$\tan\theta=\frac{F_{px}}{F_{pz}}=0.19099$

$\Rightarrow\theta=10.81°$

∴总压力为94032.23N，与z轴方向呈10.81°夹角.

机自173 王辰

4. 如图所示一封闭水箱，下侧有一个1/4圆弧形钢板AB，钢板宽 $b=1m$，半径 $R=1m$，$h_1=2m$，$h_2=3m$。求AB上静水总压力的水平分力 F_{px} 和垂直分力 F_{pz}。



~~解：如图所示，建立XOZ直角坐标系~~

~~其中 $P_0=\rho g(h_2-h_1)=980$ Pa.~~

~~$F_{px}=\rho g h_c A_x$，其中 $h_c=h_2-\frac{R}{2}$~~

~~$A_x=bR$.~~

~~则 $F_{px}=\rho g(h_2-\frac{R}{2})bR=24500$ N.~~

~~$F_{pz}=\rho g V_p$，其中 V_p 为图中阴影部分. $V_p=h_2Rb-\frac{\pi R^2}{4}b=2.215m^3$~~

~~$F_{pz}=\rho g V_p=1000\times9.8\times2.215$~~

~~$=21703.09$ N.~~

解：如图所示，建立XOZ直角坐标系.

其中 $P_0=\rho g(h_2-h_1)=980$ Pa. $=9807$ Pa.

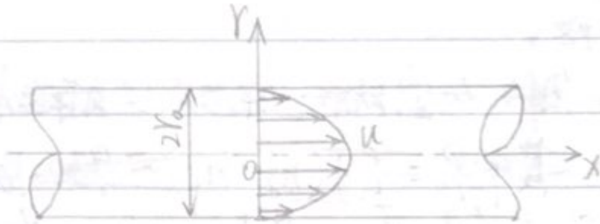
$F_{px}=(\rho g h_c+P_0)A_x=[\rho g(h_2-\frac{R}{2})+P_0]bR=25480$ N.

$F_{pz}=\rho g V_p$，其中 V_p 为阴影部分，$V_p=h_2Rb-\frac{\pi R^2}{4}b=2.215\ m^3$.

$=1000\times9.8\times2.215=21703.09$ N. ×

机自173 王辰

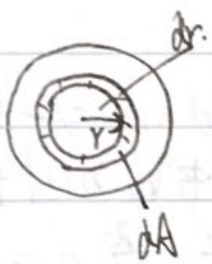
5. 如图所示，管流的流速分布为 $u = u_{max}\left[1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]$，式中管道半径 $r_0 = 3cm$，$u_{max} = 15 cm/s$。求管流流量 Q 和截面平均流速 V.



解：由体积流量公式可知.

$Q = \iint_A u\, dA$

其中 $dA = 2\pi r dr$.



则 $Q = \int_0^{r_0} u \cdot 2\pi r dr$

$= \int_0^3 15\left[1-\left(\frac{r}{3}\right)^2\right] \cdot 2\pi r dr$

$= \int_0^3 30\pi\left(r - \frac{r^3}{9}\right) dr$

$= 30\pi \int_0^3 r - \frac{r^3}{9}\, dr$

$= 30\pi\left(\frac{1}{2}r^2\Big|_0^3 - \frac{1}{36}r^4\Big|_0^3\right)$

$= 30\pi \times 2.25$

$= 212.06\ cm^3/s$

平均流速 $V = \frac{Q}{A}$，其中 $A = \pi r_0^2$

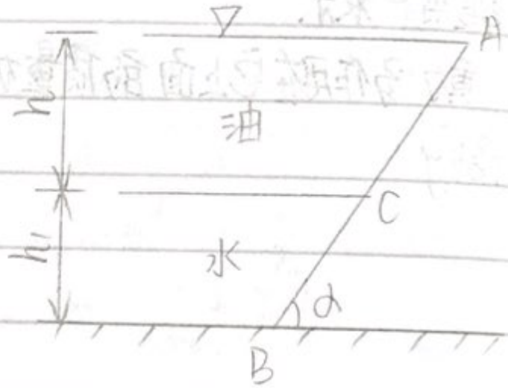
$\Rightarrow V = \frac{Q}{\pi r_0^2} = \frac{212.06}{\pi \times 9} = 7.5\ cm/s.$

阅 5.9

机自174 凌菲

第四次作业

1、如右图所示，一倾斜放置矩形闸门AB，左侧油深 $h=1.0\,m$，油的密度为 $0.8\,kg/L$，水深 $h_1=2.0\,m$，闸门倾角 $\alpha=60°$，求闸门单位宽度所受液体总压力及其作用点。



解：作用在单位宽度闸门上的总压力为上下两液体压力之和。

$$F_P = F_{P1} + F_{P2}$$

因为

$$h_{c1} = \frac{h_1}{2}, \quad h_{c2} = \frac{h}{2}$$

$$A_1 = b\cdot\frac{h_1}{\sin\alpha}, \quad A_2 = b\frac{h}{\sin\alpha} \quad (b\text{取单位长度 }1m)$$

所以有：

$$F_P = \rho_1 g h_{c1} A_1 + \rho_2 g h_{c2} A_2 = \frac{\rho_1 g h_1^2 b}{2\sin\alpha} + \frac{\rho_2 g b h^2}{2\sin\alpha}$$

$$= \frac{1000\times9.807\times2^2\times1}{2\times0.8660} + \frac{800\times9.807\times1^2\times1}{2\times0.8660}$$

$$= 27177.8\,N$$

由于

$$x_D = x_C + \frac{I_{cy}}{x_C A} = \frac{2}{3}l$$

故根据合力矩定理有：

$$F_P l = F_{P1}\times\frac{1}{3}\times\frac{h_1}{\sin\alpha} + F_{P2}\times\left(\frac{h_1}{\sin\alpha} + \frac{1}{3}\times\frac{h}{\sin\alpha}\right)$$

机自174 凌菲

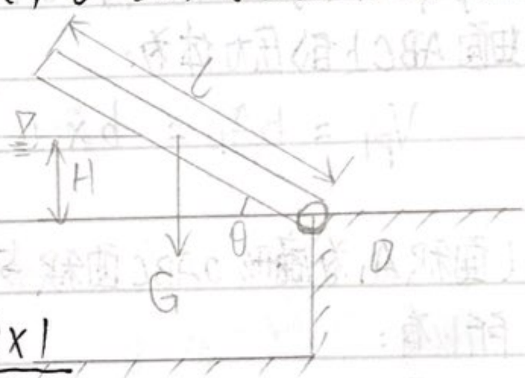
所以 $l = \dfrac{F_{p1}h_1 + F_{p2}(3h_1+h)}{F_p 3\sin\alpha}$

$= \dfrac{22648\times 2 + 4530\times 7}{271778\times 3\times \sin 60^\circ}$

$= 0.109\ m$

这就是作用在闸门上的总压力的作用点距闸门下端的距离

2. 如右图所示，一重量为 $G=19600\ N$ 的挡水闸门，用无摩擦的铰链 O 连接在岸墩上，闸门宽 $b=8m$，$H=1m$，$\theta=30^\circ$，为保持闸门平衡，试计算闸门的长度 L。



解：F_p 为液体作用在闸门上的总压力。

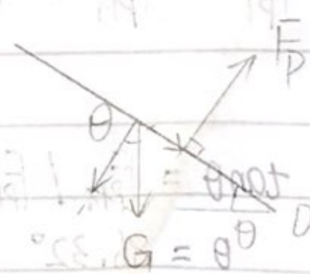
$h_c = \dfrac{H}{2}$，$A = b\dfrac{H}{\sin\theta}$

$F_p = \rho g h_c A = 1000\times 9.807\times \dfrac{1}{2}\times \dfrac{8\times 1}{\sin 30^\circ}$

$= 78456\ N$

F_p 的作用点在距离铰链 O 上端 $\dfrac{1}{3}\times\dfrac{H}{\sin\theta}$ 处。

右图为闸门受力情况，因为受力平衡有：



$G\sin\theta\times\dfrac{l}{2} - F_p\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{H}{\sin\theta} = 0$

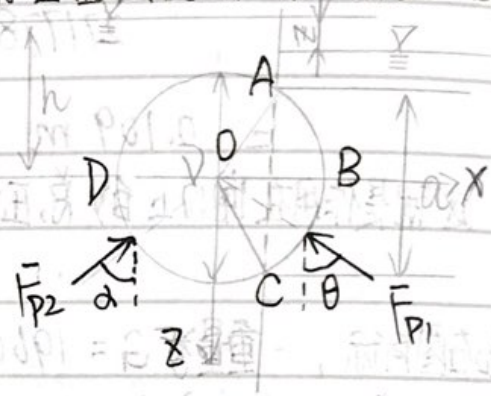
故 $l = \dfrac{2F_pH}{3G\sin^2\theta} = \dfrac{2\times 78456\times 1}{3\times 19600\times \sin^2 30^\circ}$

$= 10.67m$

所以闸门的长度 L 取 10.67 m.

机自174 凌菲

3. 如右图所示，为竖直隔板上有一矩形孔口。有一直径 $D=2.0m$ 的圆柱将其堵塞。孔高 $a=1.0m$，孔宽 $b=3.0m$。隔板两侧充水，已知 $h=2.0m$，$z=0.6m$，求作用在圆柱面的静水总压力的大小及方向。



解：(1) 隔板右侧

$$h_{c1} = h - z = 1.4\ m$$

$$A_{x1} = a \times b = 3\ m^2$$

所以有：

$$F_{P1x} = \rho g h_{c1} A_{x1} = 1000 \times 9.807 \times 1.4 \times 3 = 41189.4\ (N)$$

曲面ABC上的压力体为：

$$V_{P1} = bA_1 = b \times \left(\frac{\pi D^2}{24} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right) = 3 \times \left(\frac{\pi \times 4}{24} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

$$= 0.27\ m^3$$

（面积 A_1 为扇形 OABC 面积与三角形 ΔOAC 面积之差）

所以有：

$$F_{P1z} = \rho g V_{P1} = 1000 \times 9.807 \times 0.27 = 2647.89\ (N)$$

故隔板右侧的水给圆柱面的总压力为：

$$F_{P1} = \left(F_{P1x}^2 + F_{P1z}^2\right)^{\frac{1}{2}} = \left(41189.4^2 + 2647.89^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 41274\ (N)$$

$$\tan\theta = F_{P1x} / F_{P1z} = 15.56$$

$$\theta = 86.32°$$

✗

(2) 隔板左侧.

$h_{c2} = h$, $A_{x2} = D \times b = 6\,m^2$

所以有:

$$F_{p2x} = \rho g h A_{x2} = 1000 \times 9.807 \times 2 \times 6 = 117684\ (N)$$

曲面OADC上的压力体为:

$$V_{p2} = b \times A_2 = b \times \left(\frac{\pi D^2}{4} \times \frac{300^\circ}{360^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{4} \right)$$

$$= 3 \times \left(\frac{\pi \times 4}{4} \times \frac{5}{6} + \frac{\sqrt{3}}{4} \right)$$

$$= 9.153\,m^3$$

所以有:

$$F_{p2z} = \rho g V_{p2} = 1000 \times 9.807 \times 9.153 = 89763\ (N)$$

故隔板左侧的水给圆柱面的总压力为:

$$F_{p2} = \left(F_{p2x}^2 + F_{p2z}^2 \right)^{\frac{1}{2}} = \left(117684^2 + 89763^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 148010\ (N)$$

$$\tan\alpha = F_{p2x} / F_{p2z} = 1.31$$

$$\alpha = 52.64^\circ$$

(3) 如右图所示.

$$F_x = F_{p2}\sin\alpha - F_{p1}\sin\theta \approx 76455\ (N)$$

$$F_z = -F_{p2}\cos\alpha - F_{p1}\cos\theta = -92464.7\ (N)$$

所以作用在圆柱面的静水总压力的大小和方向为:

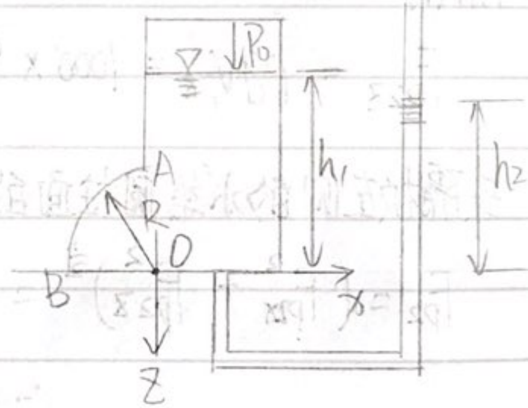
$$F_P=(F_x^2+F_z^2)^{\frac{1}{2}}=[76455^2+(-92464.7)^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$\approx 119980\ N$$

$$\tan\gamma = F_x / F_z = 0.827$$

$$\gamma = 39.59°$$ ×

4. 如图所示一封闭水箱，下端有一个1/4圆弧的钢板AB，钢板宽b =1m，半径R=1m，h_1=2m，h_2=3m。求AB上静水总压力的水平分力F_{px}和垂直分力F_{pz}。



解：建立如图坐标系。

$$h_c = h_1 - \frac{R}{2} = 1.5m$$

$$A_x = R\times b = 1m^2$$

所以AB上静水总压力的水平分力为:

$$F_{px}=\rho g h_c A_x$$ ✓

$$=1000\times 9.807\times 1.5\times 1 = 14710.5\ (N) = 9.8kN$$

曲面AB上的压力体为

$$V_p = b\times A = b\times\frac{1}{4}\times\pi R^2 = 1\times\frac{1}{4}\times\pi\times 1^2 = 0.785\,m^3$$

所以AB上静水总压力的垂直分力为:

$$F_{pz}=\rho g V_p + P_0$$ ✓

因为 $\rho g h_1 + P_0 = \rho g h_2 + P_L$

$$P_0 = P_L + \rho g h_2 - \rho g h_1$$

$$= 1.013\times10^5 + 1000\times9.807\times(3-2)$$

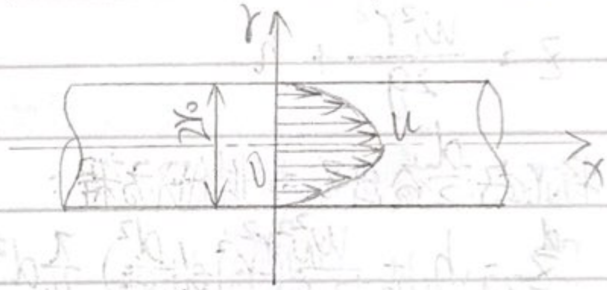
$$\approx 1.11107\times10^5\ Pa$$

故有：

$$F_{pz} = 1000\times9.807\times0.785 + 1.11107\times10^5$$

$$= 118805(N.)\ \times$$

5. 如图所示，管流的流速分布为 $u = u_{max}[1-(\frac{r}{r_0})^2]$，式中管道半径 $r_0 = 3cm$，$u_{max} = 15cm/s$。求管流流量Q和截面平均流速V。



解：流量Q为：

$$Q = q_V$$

$$q_V = \iint_A u\,dA$$

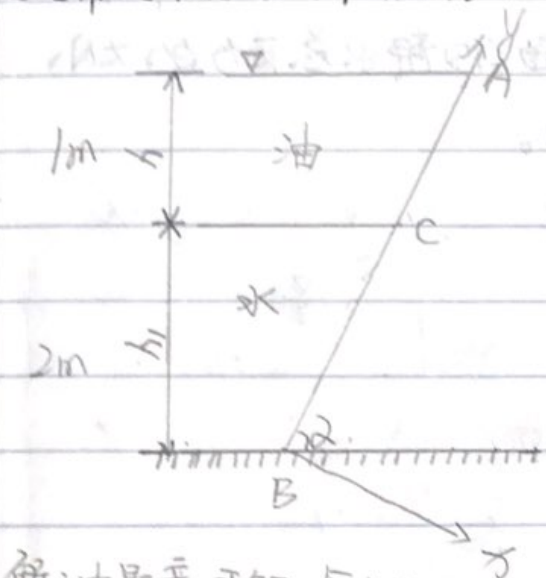
$$= \iint_A 15[1-(\frac{r}{3})^2]dA = \iint_A 15(1-\frac{r^2}{9})d\pi r^2$$

截面平均流速V为

$$V = q_V/A$$

第四次作业

1. 如右图所示，一倾斜放置矩形闸门AB，左侧油深 $h=1.0m$，油的密度为0.8kg/L，水深 $h_1=2.0m$，闸门倾角 $\alpha=60°$，求闸门单位宽度所受液体总压力及其作用点。



解：由题意可知，有：

对油有：

$$F_{p油} = \rho g h_{c油} A_{油}$$

$$= \rho g \frac{1}{2} h_c \cdot 1 \times \frac{1}{\cos 30°} \cdot 1$$

$$= 4.52kN$$

对水有：因为上面有一层油，则相接面的压强为 $\rho_油 g h$

$$\therefore F_{p水} = (\rho_水 g h_{1c水} + \rho_油 g h) 2 \times \frac{1}{\cos 30°} \cdot 1$$

$$= 40.74 KN$$

$$\therefore F_{p总} = 40.74kN + 4.52kN$$

$$= 45.26kN$$

作用点：

$$AC = 1 \cdot \frac{1}{\cos 30} = \frac{2}{3}\sqrt{3} m$$

$$\frac{1}{3} AC = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3}\sqrt{3} = 0.38m$$

$$BC = 2 \cdot \frac{1}{\cos 30} = \frac{4}{3}\sqrt{3} m$$

$\therefore$ 油的作用点

$$y_油 = \frac{4}{3}\sqrt{3} + 0.38 = 2.69 m$$

水的作用点：

$$\frac{1}{3} BC = 0.77 m$$

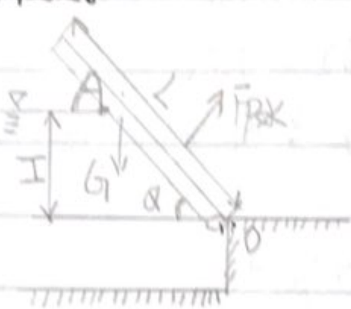
$$y_水 = 1.925 m$$

对B点取矩：

$$F_{p油} y_油 + F_{p水} y_水 = F_{p总} y_0$$

$$y_0 = 1.115m$$

2、如右图所示，一重量为$G=19600N$的挡水闸门，用无摩擦的铰链O连接在岸墩上，闸门宽$b=8m$，$H=1m$，$\alpha=30°$，为保持闸门平衡，试计算闸门的长度L。



解：由题意可知：

因为闸门平衡，水压力和重力分力对O点的矩相等。

可知 $OA=\frac{H}{\sin30°}=2m$

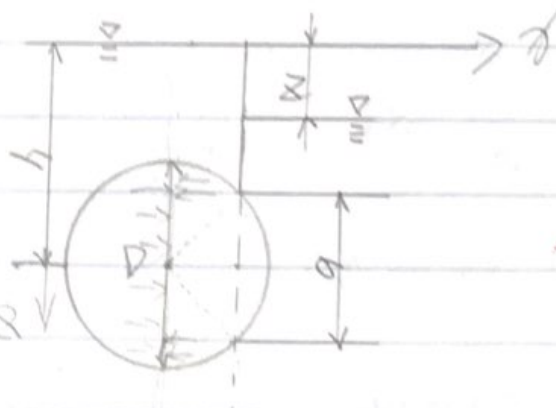
$\therefore \frac{1}{3}OA=\frac{2}{3}m$

对O点求矩

$G\cos30°\cdot\frac{L}{2}=\frac{\rho g b H^2}{2\sin\alpha}\cdot\frac{H}{3}\cdot\frac{1}{\sin\alpha}$

$L=6.16m$

3、如右图所示，为竖直隔板上开一矩形孔口，孔高$a=1m$，孔宽$b=3.0m$。有一直径$D=2.0m$的圆柱将其堵塞。隔板两侧充水，已知$h=2.0m$，$z=0.6m$。求作用在圆柱面的静水总压力的大小和方向。



解：总压力的水平分力

① 对隔板左侧有

$F_{px左}=\rho g h_c A_左$

$=\rho g h\cdot a\times b$

$=1\times9.8\times2\times1\times3=58.8kN$

② 对隔板右侧有

$F_{px右}=\rho g h_c A_右$

$=\rho g(h-z)\cdot a\cdot b$

$=1\times9.8\times(2-0.6)\cdot1\times3$

机自174 陆富

$=41.16\,kN$

$\therefore F_{px}=F_{px左}-F_{px右}$

$=58.8\,kN-41.16\,kN$

$=17.64\,kN$

方向向右

总压力的铅垂分力

① 左侧

$F_{pz左}=\rho g V_{左}$

$F_{pz右}=\rho g V_{右}$

$F_{pz}=F_{pz左}+F_{pz右}$

$=\rho g(V_{左}+V_{右})$

$=\rho g\cdot\frac{\pi}{4}D^2 d$

$=1\times9.8\times\frac{\pi}{4}\cdot2^2\times3=92.36\,kN$

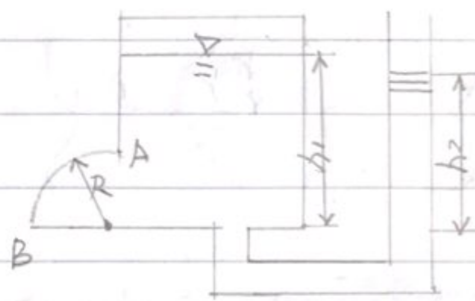
$\therefore F_p=(F_{pz}^2+F_{px}^2)^{\frac{1}{2}}$

$=94.03\,kN$

总压力的作用线与水平线的夹角

$\alpha=\arctan\frac{F_{px}}{F_{pz}}=79.3^\circ$

4、如图所示一封闭水箱，下端有一个1/4圆弧的钢板AB，钢板宽 $b=1m$，半径 $R=1m$，$h_1=2m$，$h_2=3m$。求AB上静水总压力的水平分力 F_{px} 和垂直分力 F_{pz}。



解：由题意可知

① 水平分力 F_{px}

$F_{px}=\rho g h_c A$

$=\rho g\cdot(h_2-\frac{1}{2}R)\cdot R\cdot b$

$=1\times9.8\times(3-\frac{1}{2}\times1)\times1\times1$

$=24.5\,kN$（方向向左）

② 垂直分力 F_{pz}

$F_{pz}=\rho g V$

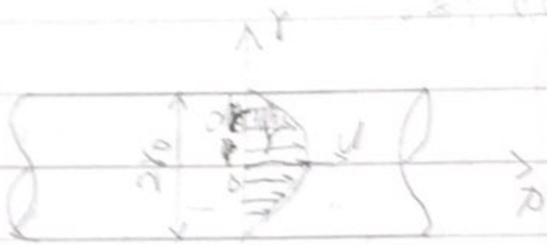
$V=(h_2Rb-\frac{1}{4}\pi R^2)$

$\therefore F_{pz}=\rho g(h_2Rb-\frac{1}{4}\pi R^2)$

$=21.70\,kN$（方向向上）

机自174 陆富

2.5 如图所示，层流的流速分布 $u = u_{max}[1-(\frac{r}{r_0})^2]$，式中管道半径 $r_0=3cm$，$u_{max}=15cm/s$。求层流流量Q和截面平均流速V。



解：由题意可知 15cm/s = 0.15m/s

在截面上取微元面dA.

由 $Q=VA$

$\therefore Q=\int_A u\,dA$

$=\int_0^{r_0} u_{max}[1-(\frac{r}{r_0})^2]\cdot 2\pi r\,dr$

$=0.3\pi\int[1-(\frac{r}{0.03})^2]r\,dr$

$=0.3\pi\int_0^{r_0} r\,dr-\frac{1}{0.03^2}\int_0^{r_0} r^3\,dr$

$=\frac{1}{2}0.3\pi(0.03)^2-\frac{1}{0.03^2\cdot 4}(0.03)^4$

$=4.24\times10^{-4}-2.25\times10^{-6}$

$=1.99\times10^{-4}\ m^3/s$

$V=\frac{Q}{A}=\frac{1.99\times10^{-4}m^3/s}{\pi\cdot(0.03)^2}$

$=0.07m/s$

阅 5.9